#10

1—28 февраля 2007 г.

Электронный информационный спутник газеты «Математика»

Исполнилось 75 лет Николаю Николаевичу Константинову

Те, кто имел дело с математическим образованием в 70-е годы, хорошо помнят выстроенную систему работы со школьниками, включающую математические кружки, олимпиады, классы, летние школы, душой и «двигателем» которой был Николай Николаевич. Вся эта деятельность даже получила нарицательное имя — «константиновская система».

Еще в 60-е годы, когда математические классы в Москве только зарождались, Константинов был одним из самых активных их творцов. Во многом усилиями Константинова сложилась традиция активного участия студентов-математиков в преподавании в математических классах.

Николаю Николаевичу легко удавались масштабные мероприятия, без какой-либо поддержки официальных органов, а порой и при активном их противодействии.

Он легко мог организовать проверку районного тура Московской математической олимпиады, в которой принимали участие свыше десяти тысяч школьников. Сотни добровольных помощников — студентов, учителей, ученых-математиков — участвовали в такой проверке, руководимой из маленькой однокомнатной квартиры в Филях. В результате не только все работы квалифицированно проверялись, но участники олимпиады еще и получали по почте свои результаты и информацию о других мероприятиях: олимпиадах, кружках, математических школах. В нынешний компьютерный век это кажется несложным делом, но представьте, как все это можно было организовать, когда вместо компьютера в распоряжении имелась всего лишь пишущая машинка!

В середине 70-х Николай Николаевич основал летний математический лагерь на озере Калматъярв в Эстонии, который проводился ежегодно в течение полутора десятков лет. Сотням школьников и студентов он запомнился не только как летняя математическая школа, но и как школа жизни.

Очень популярные сейчас массовые соревнования школьников Турнир Ломоносова и Турнир городов были придуманы и организованы Константиновым в конце 70-х годов.

В начале 90-х в Москве появилось неординарное учебное заведение — Независимый университет, успевший за короткое время получить мировую известность высочайшим уровнем подготовки студентов-математиков. Одним из основателей университета был Константинов.

Сейчас Николай Николаевич продолжает плодотворно работать: он является научным руководителем математических классов московской 179-й школы, бессменным председателем международного математического Турнира городов и Летней конференции Турнира городов, по-прежнему проводит Турнир Ломоносова, организует летний лагерь в Калужской области.

Горячо поздравляем Николая Николаевича Константинова с днем рождения, желаем ему крепкого здоровья и продолжения плодотворной работы в деле его жизни — математическом образовании!

В этом выпуске

Внимание, анонс!

Читайте в № 5 и № 6 газеты «Математика»

В. ТИХОМИРОВ,
Москва

О значении математики и целях математического образования

Начнем с обсуждения вопроса, кому и зачем нужна математика.

Андрей Николаевич Колмогоров, один из величайших русских ученых всех времен, выступая в 1958 году перед студентами, окончившими механико-математический факультет Московского университета, сказал, что ***каждый человек принадлежит многим сферам***. Назову три из них. Это *все человечество*, это *отечество* и это *сам человек*, дитя человеческое и дитя своего отечества.

Математика необходима всем трем сферам.

Невозможно вообразить даже не слишком дальнее будущее без того, чтобы народы, «распри позабыв», если не объединятся в единую семью (о чем, говоря словами Пушкина, мечтал Адам Мицкевич), то хотя бы выработают какие-то общие принципы противостояния голоду, исчерпанию энергетических ресурсов и экстремизму. Программа устойчивого развития человечества не может быть создана без математики. Не говоря уже о том, что человечество не может остановиться в постижении законов окружающего мира, а все мы должны помнить слова Галилея: «***Великая книга природы написана на языке математики***».

Наша страна, если она хочет занять достойное место в окружающем нас мире, должна позаботиться о том, чтобы активное участие и в планировании будущего, и в созидании нового, в частности, создания новых технологий, принимало бы большее число инженеров, экономистов, естествоиспытателей, которые не в состоянии овладеть этими профессиями без математики. Но не только в этом дело. Здравомыслие, точнее, мышление, понимание сути дела, умение достигать точно поставленных целей — те черты человеческой личности, которые необходимы в любом созидании, лучше всего постигаются через математику. Никому из нас не следует забывать того, что сказал в 1267 году знаменитый английский философ Роджер Бэкон: «***Кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества***». А ведь любое материальное созидание основано на науке.

Далее мы специально поговорим о том, что может дать математика каждой отдельной личности. Здесь скажу лишь об одном. Математика может одарить человека бесценным достоянием — *интеллектуальной свободой*. Еще раз вспомним Галилея: «***Авторитет, основанный на мнении тысячи, в вопросах науки не стоит искры разума одного единственного***» [человека].

Три сферы, о которых мы сказали выше, должны иметь обязательства друг перед другом. Личность должна иметь обязательство перед самой собой. Перед своей родиной. И перед человечеством.

О том, какие обязательства перед личностью должно иметь человечество, скажем чуть позже. А сейчас поговорим о том, что должно сделать отечество для личности (в том, что касается нашей темы — математики).

...Пятьдесят лет тому назад, в 1956 году состоялась в Женеве Международная конференция по математическому образованию. На конференции была принята «Рекомендация конференции министерствам народного просвещения, относящаяся к преподаванию математики в средних школах». В этой рекомендации содержится много замечательных мыслей, для которых были найдены очень яркие по своей силе и точности слова. Здесь уместно привести один из начальных тезисов.

«***Математическое образование есть благо, на которое имеет право каждое человеческое существо, каковы бы ни были его национальность, пол, положение и деятельность***».

Вот в этом и состоит обязанность отечества перед «каждым человеческим существом», которое принадлежит этому отечеству.

При этом очень важно, чтобы государственные мужи не допустили бы той ошибки, о которой предупреждал Бертран Рассел, который писал: «Мы сталкиваемся ныне с парадоксальной ситуацией, когда образование стало одним из главных препятствий к развитию интеллекта и свободной мысли... Провозглашается, что образование призвано выполнить две задачи — передать знания и развивать способность к самостоятельному мышлению. Пользу знаний признают как теоретически, так и практически. А пользу интеллекта — только теоретически, ибо ***самостоятельно мыслящие люди не так легко поддаются желательным воздействиям и служат источником административных затруднений***».

Переходим к обсуждению проблем математического образования.

Математика есть часть общего образования. Назовем три функции образования: оно призвано содействовать *гармоническому развитию личности*, *формировать ее интеллект* и должно *дать опору в будущей профессиональной деятельности*. Важнейшими компонентами гармонического развития личности, вне всякого сомнения, являются родной язык и гуманитарная культура, и потому среди основополагающих школьных предметов должны быть названы родной язык, литература и история. Среди предметов, формирующих интеллект, вне всякого сомнения, на первом месте находится математика.

Математическое образование, как и всякое иное, складывается из трех основных компонент: *обучения*, *воспитания и развития*, и должно включать в себя *содержательный, эстетический, психологический, мировоззренческий и прагматический аспекты.* Оно должно способствовать тому, чтобы каждый человек:

• освоил *навыки логического и алгоритмического мышления* (научился анализировать, отличать гипотезу от факта, критиковать, понимать смысл поставленной задачи, схематизировать, отчетливо выражать свои мысли и т.п.), а также развил *воображение и интуицию* (пространственное представление, способность предвидеть результат и предугадать путь решения и т.п.);

• овладел многими *конкретными математическими знаниями, необходимыми для ориентации в окружающем мире и для подготовки к будущей профессиональной деятельности*;

• осознал *этические принципы человеческого общежития* (интеллектуальную честность, объективность, стремление к постижению истины; эти принципы закладываются и другими предметами, но роль математики в осознании их очень велика и не может быть заменена ничем другим);

• развил в себе *эстетическое восприятие мира* (постижение красоты интеллектуальных достижений, идей и концепций, познал радость творческого труда).

Математическое образование вносит существеннейший вклад в *тренировку интеллекта,* столь же важную для развития мозга, как физическая культура для физического здоровья, и призвано способствовать *формированию научного мировоззрения.*

Наша третья тема — обсуждение вопроса, чему учить.

Мне кажется, что важная задача математического просвещения: **возбудить в человеке интерес к самому себе, как к мыслящей личности.**

Общаясь с разными людьми, от младенцев до своих ровесников и старше (не математиков), я иногда даю им «задачи на все времена». Не для того, чтобы проверить их таланты или сообразительность (об этих понятиях отдельный разговор), а для того, чтобы человек, совершив интеллектуальное усилие, осознал его необходимость. Вот одна из моих любимых задач:

Найти угол между часовой и минутной стрелкой, когда часы показывают четверть третьего.

Особенность математической задачи, вроде этой, в том, что здесь нужно дать *точный ответ.* Хорошо, если человек справился с задачей, но если он затруднился, стоит объяснить ему решение. При осознании решения любой, даже самой простенькой математической задачи человек осознает разницу между точным суждением и набором слов.

Невозможно назвать ни одного рода человеческой деятельности (перебираю: юрист, геолог, лингвист, врач...), деятельности, где итогом является некий *результат*, где его творец мог бы обойтись без точного мышления. А научиться точно мыслить можно только лишь преодолевая интеллектуальные преграды, только решая задачи и осмысливая доказательства теорем. Вернемся на короткое время к истокам и зададимся вопросом:

С чего началось математическое образование?

Первая школа, где начала разрабатываться концепция математического образования, была создана чуть более 1200 лет назад (в 795 году). Это произошло при Карле Великом. Он повелел открыть в городе Аахене школу и пригласил для организации ее монаха из Британии по фамилии Алкуин. Алкуин выполнил поручение и написал первую в средневековой Европе учебную книгу по математике. Он озаглавил ее «Задачи для изощрения ума». Задачей под номером 18 в этой книге была следующая.

Человеку надо перевезти волка, козу и капусту через реку. Но лодка не позволяет перевезти сразу всех троих, можно взять только двух. И нельзя оставлять вместе на берегу без присмотра волка и козу, козу и капусту. Как следует поступить?

Вот уж воистину пример задачи на все времена: и поныне она кочует из одной занимательной книги по математике в другую, приучая людей преодолевать интеллектуальные препятствия при достижении цели. Столкнувшись с любой жизненной, производственной или научной проблемой, человек должен поступать так же, как при решении любой содержательной математической задачи: осознав суть вопроса, он должен обозреть имеющиеся средства и с помощью некоего «*изощрения ума*, прийти к определенному ответу. Математика призвана учить этому.

Коснемся вопроса о способностях к математике.

Любой человек, кроме тех, кто поражен каким-то тяжелым умственным недугом, усваивает родной язык. Сложность математики не выдерживает никакого сравнения со сложностью устройства языка.

Какая математика нужна школе? В.М. Тихомирова слушают академики В.А. Садовничий и В.А. Васильев, г. Брянск, ноябрь 2006 г.
Фото Л. Рословой

И тем не менее принято считать, что существуют люди неспособные к математике. Я позволю себе выразить удивление по поводу того, как в сущности математика проста и естественна.

Рассмотрим, например, задачу, обсуждавшуюся примерно 4000 лет тому назад:

К числу прибавлена его седьмая часть и получилось 19 — что за число?

Мне трудно представить себе нормального человека, который не смог бы понять решение этой задачи. Дальше идет задача из китайского трактата, написанного восемь веков назад, о тридцати пяти кроликах и фазанах, у которых вместе 94 ноги. Возможно ли представить человека, которому невозможно было бы *объяснить* решение этой задачи? Поняв это решение, человек должен осознать, как решается любая система двух уравнений с двумя неизвестными (этот метод называется *методом Гаусса*). И возможно ли предположить, что человек разумный (*homo sapience*) не в силах осознать *формулировку* альтернативы Фредгольма в двумерном случае? (либо решение существует при любой правой части, либо однородное уравнение имеет ненулевое решение). Ну а доказательство? Оно может быть только чуточку сложнее решения задачи Алкуина про волка, козу и капусту. А потом выясняется, что одна из вершин математики начала двадцатого века — альтернатива Фредгольма для единичного оператора, возмущенного компактным, имеет фактически ту же сложность, как эта же альтернатива в двумерном случае, и это может осознать любой человек, надо только вернуть в него веру в себя как в мыслящее существо, которому необходимо преодолевать интеллектуальные преграды.

А сама теория линейных уравнений очень хорошо *мотивирована* как предмет для изучения своими неисчислимыми приложениями, в частности к экономике.

Или еще. Каждый из нас, сидя в автомобиле, видит показания спидометра. Если задуматься над тем, что именно спидометр показывает в данный момент времени, то с полнейшей неизбежностью мы приходим к понятию производной. Для того, чтобы *приблизительно* узнать скорость в некоторый момент времени, надо вычислить среднюю скорость за малый промежуток времени, поделив пройденный за этот малый промежуток времени путь на этот промежуток времени. Значит, сама она — скорость, которую мы ищем — это *предел таких средних скоростей при промежутках времени, стремящихся к нулю*. А это и есть производная. Дистанция от этого определения до современного определения производной Фреше очень невелика.

А интеграл? Если на листе бумаги нарисован график функции на некотором отрезке, то, по определению, интеграл от этой функции по отрезку есть *площадь под графиком*. А как сосчитать эту площадь? Что другое можно ли придумать, как только наложить на график миллиметровку и в качестве первого приближения сосчитать, сколько квадратиков сантиметр на сантиметр целиком лежат под графиком, а затем найти наименьшее число квадратиков, которые целиком покрывают график. Этим будет дана оценка первого приближения для площади. Затем то же самое надо проделать с квадратиками миллиметр на миллиметр и так далее; каждый из нас может мысленно вообразить продолжение этого процесса, в итоге которого мы будем стремиться к пределу, который и является искомой площадью (математики называют этот предел *мерой Жордана* части плоскости под нашим графиком). А другое название этой площади, как уже было сказано, это *определенный интеграл* функции по отрезку. Эти определения интуитивно осознавали и Ньютон, и Лейбниц.

А от меры Жордана до меры Лебега и интегрирования функций по Лебегу (до того, что родилось в 1902 году) очень недалеко.

Осознав связь между дифференцированием и интегрированием, состоящую в том, что площадь под графиком скорости есть пройденный путь, мы приходим к формуле Ньютона–Лейбница. А отсюда, сделав несколько естественных и простых шагов, мы постепенно приблизимся к вершине интегрального исчисления — формуле Стокса–Пуанкаре.

Осознав все эти простые и естественные вещи, мы уже в состоянии понять и основные принципы инженерных расчетов, и законы движения небесных тел, и динамику Вселенной, ибо все это базируется на понятиях производной и интеграла, точнее — на интегрировании дифференциальных уравнений.

И пока я не вижу причин, чтобы отказываться от мысли, что ***«наиболее фундаментальные результаты, идеи, принципы, методы и концепции математики просты и не требуют каких-то особых «способностей», превосходящих те, что позволили человеку говорить на родном языке»***.

А учить надо (помимо изощрения ума) ***пониманию сути вещей***, мотивируя каждый раз проходимые разделы некоей целесообразностью — либо прикладной, либо естественнонаучной, либо эстетической. Кое о чем уже упомянутом скажем чуть подробнее.

Продолжим обсуждение вопроса, чему учить.

У истоков науки нового времени два великих имени: Ньютон и Лейбниц. Оба они заложили основы математического анализа. Ньютон создавал анализ как аппарат естествознания. Если просуммировать его сокровенные высказывания на этот счет, их можно сформулировать кратко: *Мир управляется дифференциальными уравнениями*. А естественные дифференциальные уравнения обладают свойством *предопределенности* (они определяются «начальными данными»). Лаплас слишком прямолинейно понял эту предопределенность и говорил, что если найдется великий разум, который схватит одномоментно все положения и скорости всех тел от атомов до звезд, он сможет рассчитать и прошлое, и будущее. Идея предопределенности доминировала в сознании наших недавних предшественников. Мои современники не должны были забыть слова: «Все дороги ведут к коммунизму».

На самом деле все оказалось посложнее. Но прервемся на короткое время с предопределенностью, чтобы предоставить слово Лейбницу.

Лейбница интересовало не только мироустройство, но и структура мышления. Он старался создать единый язык для выражения мыслей и полагал, что проверку справедливости разного рода суждений можно будет доверить вычислительной машине. Лейбниц снабдил нас многими словами этого нового научного языка. Он ввел в употребление такие, скажем, слова, как *дифференциал* и *интеграл*. Они уже своим изначальным смыслом — «дробление» и «собирание» — раскрывают суть процессов дифференцирования и интегрирования. И еще одним замечательным словом одарил нас Лейбниц. Этим словом является *исчисление* — термин, который означает набор правил, необходимых для применения теории. И при обучении математике нужно предусмотреть и освоение сущности математики как аппарата естествознания, инженерии и естествознания, и возможность работать с этим аппаратом с помощью разного рода исчислений.

Но вернемся к Лапласу. Наш век принес тяжелые разочарования в идее предопределенности. Простейший пример. Возьмем число π. Компьютеры научились считать его с миллиардами знаков. А с другой стороны, математическая статистика учит отделять хаос от закономерности. Так вот, многие эксперименты показывают, что если выбрать достаточно представительный фрагмент из десятичных знаков числа π и попробовать тест на какую-то связь предъявленных чисел, то она не будет обнаружена. Числа ведут себя, как несвязанные между собой случайные числа. Лапласовскому «все предопределено» сейчас впору противопоставить «всюду сплошной хаос».

Так чему же учить? Тому, чему учили всегда. В школе — **Алгебре,** в частности теории линейных уравнений (быть может, чуточку и теории линейных неравенств — уж больно красивые иллюстрации можно привести из экономики); и **Геометрии,** которая в состоянии на самом элементарном уровне дать человеку осознать, что такое *научная истина,* и, решая задачи, изощрить ум; и **Анализу,** который раскроет человеку глаза на то, как устроен изменяющийся макромир, который во временных пределах жизни одного человека неплохо «управляется» дифференциальными уравнениями; и **Теории вероятностей,** которая учит закономерностям микромира и хаоса.

И, повторюсь еще и еще раз, надо каждому с измальства внушить, что каждый человек — разумное существо, *способное понять всё наиболее существенное из того, что было накоплено человечеством в науке.*

А дальше? В вузе, в университете? Там надо, отправляясь от школьных знаний, учить на первых порах тому же — алгебре, геометрии, анализу и теории вероятностей, а потом еще комплексному анализу, уравнениям математической физики, новым ветвям геометрии, может быть, чему-то еще более современному.

Но при всем том (мы уже переходим к теме *как учить?*) надо бы соблюдать **Принцип свободы.** Человек может не захотеть, обучаясь в школе, углубляться в математику (скажем, избрав делом своей жизни профессию скрипача, хоккеиста или балерины). Тут мы вступаем в ту область, от обсуждения которой здесь я хотел бы отстраниться. Я не президент и не директор, я не распоряжаюсь большим капиталом. Если задуматься о том, в *каких формах* должно развиваться математическое образование, то возникает необходимость согласования пожеланий, о которых речь шла выше, с существующей государственной структурой, с ее экономическими возможностями, с кадрами и со многим другим. Поэтому, как математик, я хотел бы ограничиться (помимо деклараций о содержании, что я уже сделал) некоторыми непременными условиями (аксиомами), которые я считал бы разумным по возможности удовлетворять. Ограничусь лишь двумя аксиомами, уже названными мной:

- Математическое образование есть благо, на которое имеет право каждое человеческое существо;
- В образовании должен соблюдаться принцип свободы.

В мечтаниях о будущей жизни не детей уже, даже не внуков, а правнуков и праправнуков моего поколения мне бы хотелось верить, что данная система аксиом совместна, то есть осуществление этих принципов возможно. Давайте обсудим это во время наших дискуссий.

Выступление В.М. Тихомирова на конференции, г. Брянск, ноябрь 2006 г.
Фото Л. Рословой

Еще раз о способностях.

Слова «способный/ая», «талантливый/ая», «великий/ая», «гениальный/ая» сейчас на слуху — такими именами называют многих. Самое слабенькое из этих слов — «способный», по отношению к хоть сколько-нибудь известным людям это слово давно уже не применяется. Но давайте для простоты объединим упомянутые слова по два и будем считать синонимами *способность* и *талант*, а также *величие* и *гениальность*.

Еще совсем недавно основным девизом всего нашего общества было «от каждого по способностям». Математик не может не задуматься над тем, что бы могли значить эти слова. И возможно ли каждому человеку выдать талон, на котором написана мера его способностей.

Для понятия же гениальности некий уровень был обозначен Пушкиным словами Сальери, который назвал имена четырех гениев: Данте, Рафаэль, Моцарт и Микельанджело. Среди людей, переваливших двадцатый век, мне приходит в голову поставить вровень с ними (по масштабам свершенного в области искусств) лишь одно имя — Лев Толстой. В любом случае число гениев такого масштаба ничтожно мало и в искусстве, и в науке. Бывают еще (и тоже в ничтожном числе) люди трансцендентных дарований. Вот Моцарт говорил как-то, что когда к нему приходит Муза, он не сочиняет, а записывает звучащую в его сознании музыку. Так, однажды на математической олимпиаде мне довелось наблюдать мальчика, которому как бы кто-то свыше диктовал решения задач (его работа не содержала ни черновиков, ни зачеркиваний, а все задачи были решены). Звали этого мальчика Гриша Перельман.

Так вот, вернувшись к Человечеству и его обязанностям перед личностями, я бы считал, что было бы неплохо, если человечество устроило нечто вроде *Приюта для гениев,* нуждающихся в поддержке (нечто вроде Принстона, который приютил Эйнштейна и Геделя). Можно привести немало примеров, когда человечество не выполнило своих обязанностей защитить гениев от жизненных напастей (достаточно вспомнить судьбу Абеля).

И еще, может быть, разумно было организовать некий *Высший колледж,* где крупнейшие ученые наших дней учили бы современной науке (той, которой никто, кроме них, научить не может). А слушателями были бы ученые младшего поколения, уже зарекомендовавшие себя выдающимися достижениями.

Перейдем к следующей сфере. Государству (не обязательно нашему — любому) можно посоветовать искать таких людей, на которых можно положиться в науке, на которых можно возлагать надежды, что они в состоянии решить научную проблему, нужную для государства, а найдя, проявлять заботу о таких людях. Здесь в Брянске, собрано множество тех, кто «ищет таланты» посредством конкурсов, олимпиад, турниров и тестов. Это прекрасное и благородное дело. Для определенности назовем тех, кто побеждает на таких конкурсах, «тестовыми талантами». Но я не могу не сказать о том, что среди людей, много свершивших, «тестовые таланты» не составляют большинства среди тех, кто берется и доводит до конца большое дело. Когда в предыдущем поколении возникли проблемы создания ракетного и ядерного оружия, в осуществлении этих программ первые роли сыграли Келдыш, Королев, Курчатов и Сахаров. Из них, по-видимому, только Келдыш был тестовым талантом. Тестовыми талантами не были ни Энштейн, ни Бор (они были «нетестовыми гениями»). Осуществление грандиозных целей требует либо гениальности, либо *силы личности, способной преодолевать препятствия.*

Как находить и поддерживать таких людей — отдельная проблема, которую разумно пообсуждать. Кстати, Энштейн и Сахаров могли бы не сдать приемные экзамены, проводимые по тем правилам, по которым они проводятся сейчас. В этой брошюре я поставил несколько острых вопросов — о том, что хорошо и что плохо, и я надеюсь, что у нас найдется множество тем для обсуждений.

И. БРУК,
С.-Петербург

Высказывания о математике

Десятки лет, а я работаю в школе уже 38 лет, меня спрашивали: зачем нужна математика?

Считаю, будет полезна коллегам публикация моих максим о математике.

- *Математика начинается с осмысления слов.*
- *При занятиях математикой человек играет и ум свой развивает.*
- *Математика учит умению объяснять последовательнее, проще, яснее, доступнее себе и другим.*
- *Математика делает людей умнее.*
- *Через математику человек учится умению создавать понятия, создавать новые знания.*
- *Математика помогает лучше разбираться в жизни.*
- *Через математику человек учится отличать верное от неверного, ясное от неясного.*
- *Математика учит преодолевать трудности и исправлять собственные ошибки.*
- *Многие дети и их родители только для школы занимаются математикой и думают, что математика в дальнейшей жизни нужна только для счета, а не для образования своих умственных способностей.*
- *Математика учит ориентироваться в пространстве знаний.*
- *Математика учит умению предвидеть.*

Г. БОЛЬШАКОВА,
г. Ярославль

Осваиваем малые средства информатизации

В школах нашего города в последние годы возросла активность учителей в использовании на уроках средств информатизации. А выпускникам прошлого года было разрешено при сдаче ЕГЭ по физике пользоваться калькулятором. Поэтому многие учителя откликнулись на приглашение принять участие в научно-методической конференции «Использование малых средств информатизации при изучении предметов естественно-математического цикла», состоявшейся в Ярославском городском центре развития образования в ноябре 2006 г. В конференции участвовали директора и учителя математики, информатики и физики из 23 школ города, методисты и руководители ГЦРО и управления образования, преподаватели ЯГПУ им. К.Д. Ушинского.

Выступает С.С. Минаева
Фото Н. Никитиной

На пленарном заседании подробно освещались вопросы, связанные с развитием общеобразовательного проекта «Школьный калькулятор», который реализуется в России с 2003 года при участии представительства «Касио Европа ГмбХ». Были продемонстрированы примеры из опыта применения графических калькуляторов в школах Москвы, а также на физико-математическом факультете ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, предложены варианты оснащения кабинетов математики соответствующей техникой.

На секционном заседании учителей математики с докладом выступила С.С. Минаева, старший научный сотрудник Института содержания и методов обучения Российской академии образования. Ею были показаны задачи из различных разделов курса математики, в которых успешно использованы возможности графического калькулятора. Это позволило продемонстрировать его работу в различных режимах: вычислительном, табличном, графическом, статистическом.

Из приведенных примеров особый интерес учителя проявили к рассмотрению графика функции $y = x \cdot \sin\frac{1}{x}$ вблизи нуля. Действительно, изменяя масштаб по осям, даже при неидеальной графике калькулятора можно продемонстрировать учащимся поведение функции вблизи нуля, что невозможно сделать с помощью карандаша и бумаги. Тот же эффект может быть использован при объяснении понятия предела функции в точке.

Интересны возможности калькулятора при обработке статистической информации, при ее представлении в различных видах: табличном, графическом, с помощью диаграмм.

Методическое обеспечение, с которым ознакомились учителя, соответствует учебникам алгебры для 7–9-х классов под редакцией С.А. Теляковского, но может быть востребовано и при работе по другим учебникам. Наличие методического пособия поможет учителю обеспечить деятельность учащихся на уроке, развивая и дополняя предлагаемые методические решения по своему усмотрению.

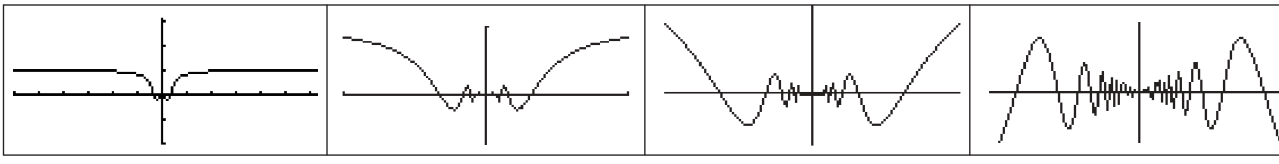
После оживленной дискуссии учителя пришли к выводу, что графические возможности калькулятора могут быть использованы в 7–11-х классах в следующих ситуациях.

Он будет полезен при формировании у учащихся навыков чтения графиков и изучения свойств функций (как по графику самой функции, так и ее производной).

Функция калькулятора решать квадратные уравнения позволит увеличить количество рассматриваемых ситуаций при решении тригонометрических, показательных и логарифмических уравнений, неравенств и их систем. При этом основное внимание на уроках может быть сосредоточено на способах и методах решения этих уравнений при условии доведения поставленной задачи до получения конечного результата.

Возможности калькулятора целесообразно использовать при нахождении площадей и объемов фигур с применением определенного интеграла, ведь при решении задач такого типа учащиеся много времени тратят на вычисления (иногда даже больше, чем на идею решения задачи и нахождение первообразной).

Естественно, что все эти возможности калькулятора не уникальны и успешно реализуются на компьютере, причем с более высоким качеством. Но в ближайшее время компьютер на уроках математики будет в основном использоваться в демонстрационном варианте, а калькулятор может стать рабочим инструментом самого ученика. При этом ребята будут не зрителями, а участниками процесса, исследователями, что значительно повысит интерес к обучению и мотивацию.



Как сотрудничать с родителями

Индивидуальная работа

Довольно часто приходится слышать от учителей, которые готовятся к родительскому собранию, что они не знают, о чем говорить с родителями, что они побаиваются родителей и стараются держать дистанцию в общении с ними. Чаще всего родителей учителя приглашают в школу, когда возникает экстренная ситуация, с которой сам учитель справиться не может и считает, что необходимо подключить кого-то еще. Но бывает, что встреча с родителями ситуацию не разрешает, а, наоборот, обостряет, так как родители не признают возникших проблем или считают, что во всем виновата школа и педагоги.

Можно выделить две категории родителей, с которыми трудно наладить сотрудничество. Первая категория — это родители, которые слишком рьяно и активно внедряются в учебный процесс, они часто посещают школу, советуют педагогам, как лучше учить и взаимодействовать с классом, и т.п. Ко второй категории относятся родители, которые считают, что вся ответственность за обучение и развитие ребенка лежит на школе, поэтому самоустраняются от решения каких-либо проблем. Но и тех, и других объединяет то, что они целиком перекладывают ответственность и вину за неуспехи своего ребенка на школу и учителей, только одни делают это активно, а другие занимают пассивную позицию. Именно поэтому с такими родителями трудно сотрудничать.

Родителей первой категории можно привлечь к решению каких-то организационных вопросов, тем самым переключить их внимание с учебного процесса, но, тем не менее, дать возможность проявить свою активность. Вторая группа родителей представляет большую сложность, поскольку трудно добиться, чтобы они пришли в школу и подключились к решению проблем ребенка.

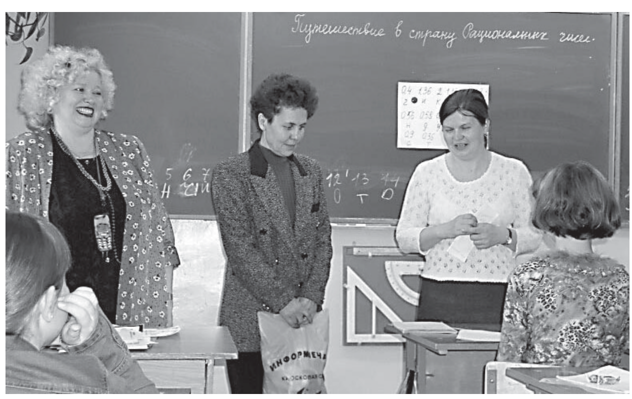
Для того чтобы наладить эффективное взаимодействие с родителями, необходимо прежде всего понимать цель — зачем вы приглашаете их в школу. Довольно часто бывает, что педагог вызывает маму для того, чтобы рассказать ей, как все плохо у ребенка: ничего не учит, уроки не делает, в классе не работает, мешает другим, пропускает занятия и т.д. То есть высказывает претензии по поводу сына или дочери. Естественно, что это воспринимается как упрек и обвинение. Скажите, часто ли человек с легкостью соглашается с обвинениями, выдвинутыми в его адрес? Надо признать, что у родителя в такой ситуации часто возникает вполне понятное желание защищать себя и своего ребенка. Защиту он строит либо на оправдании: «У меня нет времени, нет необходимых знаний», либо на нападении: «Вы так учите», «У вас нет контакта с ребенком», «Вы к нему предвзято относитесь».

Ваша цель иная? Возможно, вы хотите рассказать родителю, как тяжело работать с его ребенком, и желаете призвать к сотрудничеству в решении возникших проблем. Если хочется поделиться своими переживаниями, то разговор нужно строить не на обвинении, а на описании своих чувств. Необходимо рассказать родителю, почему и каким образом для его ребенка эта ситуация является проблемой. Ведь это проблема не для родителя: этот ученик мешает вам и одноклассникам, а не маме или папе. Например: «Когда Саша вертится на уроке и отвлекает соседей, он мешает мне и другим ученикам. Я вынуждена прервать свое объяснение и тратить время на то, чтобы его утихомирить. Это вызывает у меня чувство… А главное — он не усваивает на уроке всю необходимую информацию, поэтому ему тяжело делать уроки, он не успевает все записать и выполнить контрольную работу. Поэтому у него плохие оценки. Меня это очень беспокоит. А как он дома делает уроки? Тоже отвлекается? Как вы справляетесь с этой проблемой?» Таким образом вы не обвиняете родителя, а привлекаете его в союзники, предлагаете объединиться для того, чтобы помочь ребенку, показываете свою заинтересованность и соучастие. Мама может не согласиться с вами и сказать, что дома ее сын — тише воды, ниже травы. Возможно, она говорит неправду. А может быть, не включена в жизнь ребенка и не обращает внимания на какие-то особенности его поведения. Но, с другой стороны, дети нередко по-разному ведут себя в школе и дома. Важно понять, на всех ли уроках этот ученик ведет себя так. Если только на ваших уроках, то можно предположить, что проблема в вас, в вашем стиле взаимодействия с ребенком, в том, что вы пока еще не нашли к нему подход.

Когда вы будете обсуждать варианты взаимодействия с родителем, у вас уже должны быть готовы несколько возможных решений проблемы. Вы должны четко себе представлять, что вы хотите от родителя: чтобы он поговорил с ребенком, наказал, отругал; чтобы выслушал вас и выразил поддержку, понимание; чтобы усилил контроль за выполнением домашних заданий или посещением школы и т.д.

Если учитель хочет привлечь родителя к решению проблемы, нужно объяснить ситуацию и предложить

ФОТО НА КОНКУРС!



Родители уроком остались довольны
Автор: Т.Ф. Двойцова, средняя школа № 45, г. Новоуральск, Свердловская обл.

варианты сотрудничества, обсудить, какую помощь мама может оказать своему ребенку и что будет делать педагог. Ключевыми должны стать слова: «Давайте обсудим, как нам вместе решить эту проблему».

Всем известно, что родители проявляют заинтересованность чаще всего на начальных этапах обучения и затем снова активизируются, когда их дети уже в выпускных классах. Но именно в подростковый период, в 5–9-х классах, у школьника возникает больше всего проблем как в обучении, так и в поведении. Поэтому помощь и поддержка родителей очень необходима.

Итак, вы уже знаете, какова цель разговора с родителем, представляете себе, какой помощи вы от него ожидаете. Теперь вам необходимо простроить свой разговор так, чтобы вы добились желаемого результата.

Беседа должна состоять из следующих этапов:

— описание проблемы;
— объяснение, почему вас это беспокоит;
— приглашение к сотрудничеству;
— предложение вариантов решения проблемы.

Естественно, что такой разговор должен проходить индивидуально с каждым родителем, а не на родительском собрании, в присутствии других родителей или детей.

ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ

О. ЮРЧЕНКО,
хут. Кузнецовский, Волгоградская обл.

Как избежать проблем дисциплины

С большим интересом прочитала статьи В. Арсланьян о том, как наладить дисциплину в классе, о приемах достойного выхода из конфликтных ситуаций. Мне думается, что самый лучший прием — такую ситуацию не создавать. Плохое поведение проще предупредить, чем впоследствии искать выход из тупиковой ситуации. Свою заметку я хочу посвятить вопросу: «Можно ли избежать негативного поведения учеников? Как?»

Основными педагогическими умениями учителя являются организационные и коммуникативные умения. Увлекать, заинтересовывать, организовывать собственную деятельность и деятельность учеников. Выстраивать четкие взаимоотношения с классом и с каждым учеником в нем. Понимать поведение учеников, предотвращать конфликты есть основные идеи безконфликтной педагогики.

Объективные причины хорошей дисциплины на уроке — личность учителя, его знания, опыт, методы и приемы обучения, используемые на уроках и внеклассных занятиях.

Настроение учителя определяет ход урока. Учитель как артист: звонок — он перед классом, глаза блестят, на лице улыбка, немой диалог с каждым. Огромное, огромное сердце, и от него лучики к каждому ученику, пошел поток энергии от учителя к ученикам, шутка, девиз, сюрприз — и вы едины с классом: помощник, наставник, друг. Стиль общения — вы рядом с ними. С полной ответственностью утверждаю: чем больше отдаешь ученикам, тем больше возвращается. Очень важно, чтобы ученики вам доверяли и верили в свои силы рядом с вами. Только приблизив ученика к себе, можно влиять на его развитие, воспитание и обучение.

Поэтому, когда я беру новый класс, на первом этапе трачу много душевных сил, терпения, педагогических умений на рождение доверительных отношений. Вот *несколько принципов* такого общения.

Не ставить отметку, пока не уверен, что научил ученика. На первых этапах формирования знаний только доброжелательное оценивание.

Не упустить моментов взлета и падения. Лучше перехвалить, чем не заметить пусть самый маленький успех. Никогда не оставлять ученика наедине с трудностями, вовремя прийти на помощь, организовать работу в паре. Нельзя ловить учеников в незнании. Надо помнить, что у каждого могут быть срывы, научиться это чувствовать и не считать это дисциплинарным нарушением.

От постоянных неудач ученики озлобляются. Надо верить, что научить можно каждого, уметь видеть в учениках хорошее, принимать воспитанника таким, каков он есть.

Учащегося следует ставить перед посильными трудностями, завышение требований — причина конфликта. Методика уровневого, индивидуального обучения частично решает эту проблему. Алгоритмизация обучения исключает двойки. Чудесные слова есть у С. Соловейчика: «Кто хочет получить от ученика сразу и слишком много, тот не получит ничего и никогда».

Самое лучшее надо делать здесь и сейчас, пусть глаза наших учеников рядом с нами горят творческим огнем. Через правдивость, добродетельность и человечность приходит доверие к учителю. У любимого и уважаемого учителя ученики дисциплину не нарушают. Бывают мелкие недоразумения, но они легко снимаются извинением и простым добрым словом.

Учитель умнее ученика, а значит, ему легче защититься и уберечься от опрометчивого поступка, легче простить, пропустить и не заметить неосторожного поступка ученика. Учителю проще первым протянуть руку мира, проще взять вину на себя — это только укрепит его позицию в классе. Надо помнить: не ученик для школы, а школа для ученика. «Сердце отдаю детям» — вот золотой ключик к душе каждого ученика.

Л. БАСОВА, Ж. ДЕДОВЕЦ,
г. Петрозаводск, Республика Карелия

Разрежь, сложи и докажи

Свойства и признаки четырехугольников и их частных видов являются основным содержанием первой темы геометрии восьмого класса. Поскольку с различными четырехугольниками школьники давно и хорошо знакомы, усвоение самого содержания темы не вызывает у них значительных затруднений. Вместе с тем серьезные проблемы логического характера, которые связаны с применением дедуктивного доказательства, все еще остаются.

Рассмотрим для примера одну задачу.

Задача 1. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ (рис. 1) проведена прямая, пересекающая стороны AD и BC в точках M и K соответственно. Найти стороны параллелограмма, если его периметр равен 28 см, $AM = 5$ см, $BK = 3$ см.

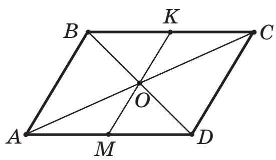


Рис. 1

Ученик, рассматривая чертеж, может найти ответ устно и поэтому вправе считать, что задача решена. Однако учитель требует обоснования полученного ответа. Ученик испытывает дискомфорт: правильный ответ есть, почему же этого недостаточно? Равные треугольники, равные углы, равные отрезки ученик видит на чертеже, а обоснование этих фактов он считает дополнительным требованием, которое выполняется по воле учителя и не зависит от самой задачи.

Рассмотренный пример иллюстрирует типичную ситуацию: чтобы найти нужные для решения факты и установить связи между ними, достаточно чертежа, в этом случае логические обоснования не являются необходимой составной частью решения.

Вместе с тем с дидактической точки зрения интерес представляют задачи, в процессе решения которых у школьников возникает внутренняя потребность обосновать тот или иной факт, и в таком случае логические обоснования становятся неотъемлемой частью решения. К таким задачам относятся *задачи на перекраивание многоугольников*, о которых и пойдет речь в данной статье.

Решение задачи на перекраивание предполагает выполнение последовательно двух операций: разрезание заданного многоугольника на части и составление из этих частей многоугольника определенного вида.

Составить новый многоугольник с первой попытки обычно не удается: то отдельные кусочки налегают друг на друга, то между ними образуется щель, то оказывается, что два отрезка не лежат на одной прямой и т.д. Короче говоря, при составлении новых многоугольников могут образовываться дополнительные вершины. Поэтому относительно некоторых точек возникают сомнения, являются или не являются они такими вершинами. Назовем такие точки *сомнительными*. На чертеже сомнительные точки можно пометить знаком вопроса (?).

Сомнительные точки могут образовываться при различных ситуациях. Обсудим эти ситуации, составляя из двух треугольников новый треугольник (рис. 2)

На рисунке 2, пункты *а–в*, в сомнительных точках образуются дополнительные вершины:

— совмещаются неравные стороны (рис. 2,*а*);

— две стороны данных треугольников имеют только одну общую точку, но при этом эти стороны не лежат на одной прямой, то есть не образуют развернутого угла; общая точка этих сторон является дополнительной вершиной (рис. 2,*б*);

— две стороны лежат на одной прямой, но не имеют общих точек, то есть между треугольниками образуется щель (рис. 2,*в*); появляются две дополнительные вершины.

На рисунке 2, пункты *г*, *д*, в сомнительных точках дополнительных вершин не образуется:

— две стороны лежат на одной прямой и имеют общий отрезок; данные треугольники частично налегают друг на друга (рис. 2,*г*).

— составлен новый треугольник (рис. 2,*д*).

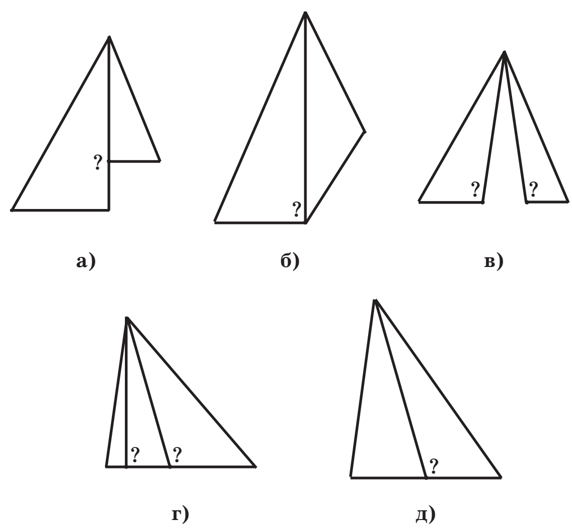


Рис. 2

Рассмотренный пример показывает, что при составлении многоугольников находить сомнительные точки можно *двумя способами*. С одной стороны, сомнительная точка (рис. 3) возникает там, где один и тот же отрезок является одновременно стороной (или частью стороны) двух фигур, входящих в состав многоугольника. С другой стороны, сомнительная точка — это общая вершина двух или нескольких фигур. Таким образом, для выявления сомнительных точек нет необходимости фактически составлять многоугольник, достаточно уметь рассмотреть чертеж.

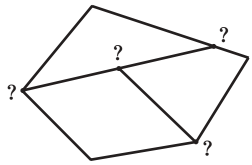


Рис. 3

Задачи, которые мы предлагаем решать при изучении темы «Четырехугольники», имеют две особенности. Во-первых, линии разреза указаны в тексте задачи. Во-вторых, подразумевается, что новый многоугольник составить можно, то есть все задачи имеют вполне определенное решение. По существу, решение сводится к тому, чтобы сначала *придумать способ составления* нового многоугольника из указанных кусочков данного многоугольника, а затем *доказать*, что составленный многоугольник является многоугольником указанного вида.

Объяснению способа решения задач на перекраивание посвящается целый урок. Это урок одной задачи.

Рассмотрим для примера следующую задачу.

Задача 2. В равнобедренном треугольнике отмечены середины боковых сторон и их проекции на основание. Через отмеченные точки проведены две прямые, разбивающие данный треугольник на четыре части, как показано на рисунке 4. Составить из полученных частей ромб.

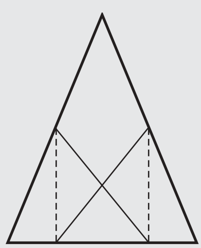


Рис. 4

На уроке решение задачи на перекраивание выполняется *по следующему плану*:

1) на отдельном листке бумаги выполняется чертеж данного многоугольника (с линиями разреза) в соответствии с условиями задачи;

2) практически осуществляется перекраивание одного многоугольника в другой;

3) в тетради выполняются чертежи двух многоугольников, данного и составленного, с линиями разреза;

4) формулируются две гипотезы: во-первых, что получен четырехугольник; во-вторых, что это четырехугольник определенного вида;

5) для доказательства гипотез на оба чертежа и соответствующие модели наносятся единые обозначения;

6) доказывается первая гипотеза;

7) доказывается вторая гипотеза.

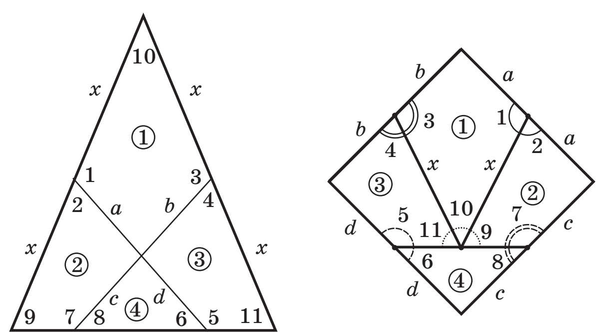
Каждый шаг этого плана предполагает достаточно сложную деятельность ученика. Поэтому дадим подробное описание каждого шага.

Первый шаг не вызывает затруднений, поскольку у учеников имеется достаточный опыт выполнения чертежей в соответствии с условиями геометрической задачи.

Второй шаг. Ученики (по отдельности или группами) вырезают треугольник, разрезают его на части и составляют из этих частей ромб. С первой попытки ромб, как правило, составить не удается (и это хорошо!). Ученики предпринимают неоднократные попытки, которые приводят их к размышлениям о свойствах полученных кусочков, о возможности использования этих свойств для решения задачи, о целесообразных обозначениях. Ученики замечают, что из этих кусочков можно составить различные многоугольники, а не только четырехугольники и не только ромб. Наконец ромб получился, и основная идея решения задачи ясна.

На этом этапе не стоит экономить время. Важно, чтобы ученики получили ромб самостоятельно, без подсказок учителя.

Третий шаг. Ученики выполняют в тетрадях чертежи данного треугольника и составленного ромба (рис. 5). *Способ составления* ромба фиксируется на чертеже с помощью линий разреза (но обозначений еще нет). Таким образом, принципиально задача уже решена: ромб составлен и на чертеже виден способ его составления.



а) б)

Рис. 5

Четвертый шаг. Теперь нужно сформулировать две гипотезы: во-первых, составлен четырехугольник, во-вторых, этот четырехугольник — ромб.

Эти гипотезы возникали у учащихся в результате выполненной ранее практической работы. Полезно обсудить с учениками, удалось ли им составить ромб с первой попытки, какие возникали нежелательные ситуации, когда возникали сомнения и т.д. Целый ряд неудачных попыток, естественно, приводил учеников к сомнениям: может быть, получился многоугольник, имеющий более четырех вершин? Поэтому необходимо подвести их к осознанному решению доказать, что в последнем случае удалось составить именно тот многоугольник, который требуется по условию задачи.

Пятый шаг. При доказательстве гипотез используются попеременно оба чертежа. Кроме того, чтобы установить соответствие элементов первого и второго чертежей, из полученных кусочков приходится неоднократно составлять то треугольник, то ромб; на чертежах и на моделях рекомендуется *ввести следующие обозначения*:

1) части, на которые разрезается фигура, нумеруются (на рис. 5 числа от 1 до 4 указаны в кружочках);

2) линия разреза превращается в два равных отрезка, эти отрезки обозначаются одной и той же буквой на каждой части и на обоих чертежах;

3) углы, вершины которых являются сомнительными точками, обозначаются числами (тоже на обоих чертежах);

4) сомнительные точки отмечаются на втором чертеже цветными дугами (различного начертания в нашем случае), а каждая точка – своим цветом.

Шестой шаг. Переходим к *доказательству первой гипотезы*: чтобы доказать, что составлен четырехугольник, достаточно доказать, что в сомнительных точках нет дополнительных вершин.

Так как сомнительных точек несколько, а последовательность изучения каждой точки одна и та же, полезно результаты изучения оформить в виде таблицы.

Таблица заполняется в следующем порядке:

1) составляем таблицу, содержащую четыре столбца;

2) сомнительные точки называем согласно цвету дуги и заполняем в таблице первый столбец;

3) гипотезу относительно каждой сомнительной точки записываем во втором столбце;

ФОТО НА КОНКУРС!

Еще чуть-чуть, еще один разрезик... Знать бы, что из этого получится!!!
Автор: И.Н. Гаврилова, средняя школа № 3 г. Козьмодемьянск, Республика Марий Эл

4) для доказательства гипотезы обращаемся к первому чертежу (на нем необходимо увидеть первоначальное расположение цветных дуг), возникающие при этом ситуации записываем в третьем столбце;

5) в четвертом столбце делаем вывод об отсутствии дополнительных вершин.

Процесс описанного исследования представлен в таблице.

Таким образом, доказательство, оформленное в виде таблицы, позволяет сделать вывод о том, что составлен четырехугольник.

Седьмой шаг. Чтобы доказать, что полученный четырехугольник является ромбом, достаточно доказать, что все его стороны равны.

План доказательства *второй гипотезы* задачи.

1. На втором чертеже следует увидеть, что стороны составленного четырехугольника равны $2a$, $2b$, $2c$ и $2d$. Следовательно, достаточно доказать, что

$$a = b = c = d.$$

Сомнительные точки	**Доказать** (рис. 5,*б*)	**Доказательство** (рис. 5,*а*)	**Вывод о дополнительных вершинах**
Красная	$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$	Смежные углы	Нет
Синяя	$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$	Смежные углы	Нет
Зеленая	$\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$	Смежные углы	Нет
Сиреневая	$\angle 7 + \angle 8 = 180^\circ$	Смежные углы	Нет
Черная	$\angle 9 + \angle 10 + \angle 11 = 180^\circ$	Сумма углов треугольника	Нет

2. Теперь эти отрезки надо найти на первом чертеже: оказывается, что это части заданных линий разреза (рис. 5,*а*). Отсюда становится ясно, что достаточно доказать, что линии разреза являются диагоналями прямоугольника (рис. 6).

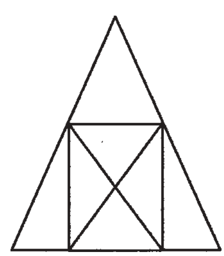


Рис. 6

3. Этот прямоугольник получается в результате последовательного соединения концов линий разреза.

Проведенное исследование позволяет сделать вывод: все стороны составленного четырехугольника равны, следовательно, он является ромбом.

Вторую гипотезу можно выделить в отдельную задачу и решить заранее. Тогда при доказательстве второй гипотезы достаточно сделать на неё ссылку. Вот эта задача.

Задача 3. В равнобедренном треугольнике отмечены середины боковых сторон и их проекции на основание. Через отмеченные точки проведены два отрезка, разбивающие данный треугольник на четыре части, как показано на рисунке 4. Докажите, что эти отрезки равны и в точке пересечения делятся пополам.

Далее следует список задач, которые мы рекомендуем решить и оформить, считая рассмотренную задачу образцом. Все задачи в предлагаемом наборе однотипны. При их решении ученикам важно *усвоить последовательность действий*, приводящую к полному и обоснованному решению задачи. Иными словами, предметом усвоения здесь является *способ* решения задач на перекраивание.

Задачи для самостоятельного решения

4. Квадрат разрезан на четыре части так, как показано на рисунке 7 (отрезки проведены через середины сторон). Составьте из полученных частей равнобедренный треугольник.

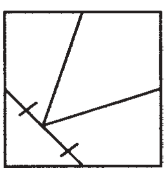


Рис. 7

5. В равностороннем треугольнике (рис. 8) отмечены середины сторон и их проекции на основание. Через отмеченные точки проведены две прямые так, как показано на рисунке. Составьте из частей, полученных при разрезании треугольника, квадрат.

6. Выпуклый четырехугольник разрезали на четыре части по отрезкам, соединяющим середины его противоположных сторон (рис. 9). Составьте из этих частей параллелограмм.

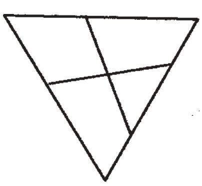


Рис. 8

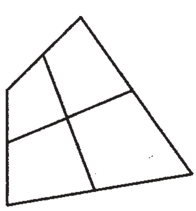


Рис. 9

7. Через центр квадрата проведены два взаимно перпендикулярных отрезка. Квадрат разрезан на четыре части, как показано на рис. 10. Составьте параллелограмм из этих частей.

8. Правильный шестиугольник разрезали на пять треугольников, как показано на рисунке 11. Составьте из этих частей: а) ромб; б) прямоугольник.

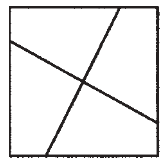


Рис. 10

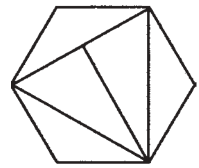


Рис. 11

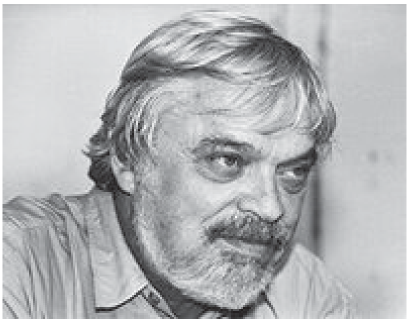
9. Два одинаковых выпуклых четырехугольника разрезали: первый — по одной из диагоналей, а второй — по другой диагонали. Составьте параллелограмм из полученных треугольников.

10. Перекроите: а) треугольник в параллелограмм; б) трапецию в треугольник; в) параллелограмм в прямоугольник.

Десятая задача существенно отличается от предыдущих: здесь сначала нужно придумать, на какие части следует разрезать данную фигуру, и только затем составлять из этих частей нужный четырехугольник, применяя изученный способ решения. Способы разрезания могут быть разные. Ученик, самостоятельно решающий такую задачу, готов самостоятельно вывести формулы для вычисления площадей треугольника, параллелограмма и трапеции.

Предлагаемые нами задачи на перекраивание удачно дополняют тот набор задач, который имеется в школьных учебниках в теме «Четырехугольники». Для их решения применяются свойства и признаки четырехугольников различных видов, которые изучаются в начале восьмого класса. В этом *обучающее* значение данной серии задач. Их решение предполагает практическое выполнение перекраивания: ученики ножницами разрезают данную фигуру на части и из этих частей составляют новую фигуру. Им приходится одновременно работать с двумя чертежами (такого опыта у них практически нет). У них появляется необходимость внимательно рассмотреть чертеж, исследовать возникающие ситуации, обосновать получившийся результат и т.д., то есть эти задачи имеют *развивающий* характер. У учеников естественным образом возникает потребность в доказательстве правильности полученного результата: «Я хочу доказать...» вместо «В задаче требуется доказать...». Для них такая работа является самостоятельным исследованием, при котором определяется проблема исследования, выдвигается гипотеза, которую в ходе решения следует либо доказать, либо опровергнуть. Эти особенности позволяют считать, что такие задачи интересны, полезны и одновременно достаточно трудны для учащихся.

III Олимпиада по геометрии памяти И.Ф. Шарыгина



В память о выдающемся деятеле российского математического образования, замечательном геометре Игоре Федоровиче Шарыгине (1937–2004) Математический институт РАН им. В.А. Стеклова, Департамент образования г. Москвы, Московский центр непрерывного математического образования, Московский институт открытого образования, Открытый лицей ВЗМШ при поддержке компьютермаркета «НИКС» и АНО «Школа нового поколения» ежегодно проводят олимпиаду по геометрии. В оргкомитет и жюри олимпиады входят известные ученые, энтузиасты математического просвещения из разных российских регионов. С 2006 года олимпиада проводится при информационной поддержке газеты «Математика». В этом номере мы публикуем задания заочного тура олимпиады.

В олимпиаде могут принять участие учащиеся 8–11-х классов. В списке задач, приведенном ниже, после порядкового номера задачи указано, учащимся каких классов она предназначена. Впрочем, каждый ученик может решать задачи и для более старших классов.

Работа с решениями должна быть отправлена простой бандеролью не позднее 1 мая 2007 года по адресу: 119002, Москва Г-002, Большой Власьевский пер., д. 11, МЦНМО, с пометкой «На олимпиаду им. И.Ф. Шарыгина».

Работа должна быть выполнена в обычной тетради в клетку на русском языке. На обложке тетради участнику олимпиады необходимо указать следующие сведения: фамилию, имя, отчество; полный почтовый адрес с индексом, телефон (если есть), e-mail (если есть); класс, адрес и номер школы; в каких олимпиадах участвовал и каковы результаты; фамилию, имя, отчество педагогов, которым обязан своими знаниями по геометрии (это могут быть школьные учителя, руководители кружков, родители и т.д.).

Рекомендации участникам по оформлению работ:

Решение каждой задачи начинайте с новой страницы: сначала надо переписать условие задачи, затем записать ее решение. Старайтесь писать подробно, приводя основные рассуждения, поясняющие ход решения задачи, делайте аккуратные чертежи. Вы должны быть заинтересованы в том, чтобы вашу работу можно было понять и справедливо оценить!

Если вы используете в решении известную теорему или факт из школьного учебника, можно просто на это сослаться (чтобы было понятно, какую именно теорему или факт вы имеете в виду). Если же вам необходим геометрический факт, не встречающийся в школьном курсе, его обязательно надо доказать (или сообщить, из какого источника он взят). Задача на вычисление должна завершаться отчетливо выделенным ответом.

Все присланные работы будут проверены жюри, а результаты высланы участникам не позднее 1 июня 2007 г. Победители заочного тура — учащиеся 8–10-х классов будут приглашены вместе со своими учителями на очный тур, который состоится предположительно в конце июля 2007 г. в городе Дубна (Московская обл.). Победители заочного тура — учащиеся 11-х классов будут награждены грамотами оргкомитета олимпиады.

Информация в интернете: www.mccme.ru

Контактный e-mail оргкомитета: olgeom@mccme.ru

Задачи

1. (*8-й класс*) Треугольник разрезан на несколько (не менее двух) треугольников. Один из них равнобедренный (не равносторонний), а остальные — равносторонние. Найдите углы исходного треугольника.

2. (*8-й класс*) Каждая диагональ четырехугольника разбивает его на два равнобедренных треугольника. Верно ли, что четырехугольник — ромб?

3. (*8–9-е классы*) Отрезки, соединяющие внутреннюю точку выпуклого неравностороннего n-угольника с его вершинами, делят n-угольник на n равных треугольников. При каком наименьшем n это возможно?

4. (*8-й класс*) Существует ли такой параллелограмм, что все точки попарных пересечений биссектрис его углов лежат вне параллелограмма?

5. Невыпуклый n-угольник разрезали прямолинейным разрезом на три части, после чего из двух частей сложили многоугольник, равный третьей части. Может ли n равняться:

а) (*8-й класс*) пяти?

б) (*8–10-е классы*) четырем?

6. а) (*8–9-е классы*) Сколько осей симметрии может иметь клетчатый многоугольник, то есть многоугольник, стороны которого лежат на линиях листа бумаги в клетку? (Укажите все возможные значения.)

б) (*10–11-е классы*) Сколько осей симметрии может иметь клетчатый многогранник, то есть многогранник, составленный из одинаковых кубиков, примыкающих друг к другу гранями?

7. (*8–9-е классы*) Выпуклый многоугольник описан около окружности. Точки касания его сторон с окружностью образуют многоугольник с таким же набором углов (порядок углов может быть другим). Верно ли, что многоугольник правильный?

8. (*8–9-е классы*) Три окружности проходят через точку P, а вторые точки их пересечения A, B, C лежат на одной прямой. A_1, B_1, C_1 — вторые точки пересечения прямых AP, BP, CP с соответствующими окружностями; C_2 — точка пересечения прямых AB_1 и BA_1. A_2, B_2 определяются аналогично. Докажите, что треугольники $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ равны.

ФОТО НА КОНКУРС!

Обсуждение задачи
Автор: Л.В. Сорк, средняя школа № 5, г. Хотьково, Московская обл.

9. (*8–9-е классы*) Два выпуклых четырехугольника таковы, что стороны каждого лежат на серединных перпендикулярах к сторонам другого. Найдите их углы.

10. (*8–9-е классы*) Найдите геометрическое место центров правильных треугольников, стороны которых проходят через три заданные точки A, B, C (то есть на каждой стороне или ее продолжении лежит ровно одна из заданных точек).

11. (*8–10-е классы*) Мальчик с папой стоят на берегу моря. Если мальчик встанет на цыпочки, его глаза будут на высоте 1 м от поверхности моря, а если сядет папе на плечи, то на высоте 2 м. Во сколько раз дальше он будет видеть во втором случае? (Найдите ответ с точностью до 0,1; радиус Земли считайте равным 6000 км.)

12. (*9–10-е классы*) Дан прямоугольник $ABCD$ и точка P. Прямые, проходящие через A и B и перпендикулярные соответственно PC и PD, пересекаются в точке Q. Докажите, что $PQ \perp AB$.

13. (*9–10-е классы*) На стороне AB треугольника ABC взяты точки X, Y такие, что $AX = BY$. Прямые CX и CY вторично пересекают описанную окружность треугольника в точках U и V. Докажите, что все прямые UV проходят через одну точку.

14. (*9–11-е классы*) В трапеции с основаниями AD и BC P и Q — середины диагоналей AC и BD соответственно. Докажите, что если $\angle DAQ = \angle CAB$, то $\angle PBA = \angle DBC$.

15. (*9–11-е классы*) В треугольнике ABC проведены биссектрисы AA', BB' и CC'. Пусть $A'B' \cap CC'$ и $A'C' \cap BB' = Q$. Докажите, что $\angle PAC = \angle QAB$.

16. (*9–11-е классы*) На сторонах угла взяты точки A, B. Через середину M отрезка AB проведены две прямые, одна из которых пересекает стороны угла в точках A_1, B_1, другая — в точках A_2, B_2. Прямые A_1B_2 и A_2B_1 пересекают AB в точках P и Q. Докажите, что M — середина PQ.

17. (*9–11-е классы*) Какие треугольники можно разрезать на три треугольника с равными радиусами описанных окружностей?

18. (*9–11-е классы*) Найдите геометрическое место вершин треугольников с заданными ортоцентром и центром описанной окружности.

19. (*10–11-е классы*) В угол A, равный α, вписана окружность, касающаяся его сторон в точках B и C. Прямая, касающаяся окружности в некоторой точке M, пересекает отрезки AB и AC в точках P и Q соответственно. При каком наименьшем α возможно неравенство $S_{PAQ} < S_{BMC}$?

20. (*11-й класс*) Основанием пирамиды является правильный треугольник со стороной 1. Из трех углов при вершине пирамиды два — прямые. Найдите наибольший объем пирамиды.

21. (*11-й класс*) На плоскости лежат три трубы (круговые цилиндры одного размера в обхвате 4 м). Две из них лежат параллельно и, касаясь друг друга по общей образующей, образуют над плоскостью туннель. Третья, перпендикулярная к первым двум, вырезает в туннеле камеру. Найдите площадь границы этой камеры.

ФОТО НА КОНКУРС!

Консультант спешит на помощь
Автор: Н.Э. Васильченко, средняя школа № 16, г. Гомель, Республика Беларусь

Шеф-редактор С. Островский
Главный редактор Л. Рослова
Ответственный секретарь Т. Черкавская
Редакторы П. Камаев, И. Бокова, В. Бусев
Корректор Л. Громова
Компьютерная верстка: С. Сухарев

Учредитель ООО «Чистые пруды»
Газета «Математика» выходит 2 раза в месяц
Цена свободная

Адрес редакции и издателя: ул. Киевская, д. 24, Москва 121165.
Тел./Факс: (499)249 3138
Отдел рекламы: (499)249 9870
Редакция газеты «Математика»: тел.: (499)249 3460
E-mail: mat@1september.ru
WWW:http://mat.1september.ru